Experimente an $\mathbf{e^+e^-}$-Beschleunigern, HUB, WS 96/97, M.G.,T.H.

4. PROZESSE UND WIRKUNGSQUERSCHNITTE IN $\mathbf{e^+e^-}$-KOLLISIONEN (im Standardmodell)

0. Literatur

- F.M. Renard, Basics of Electron Positron Collisions
- P. Schmüser, Feynman-Graphen und Eichtheorien für Experimentalphysiker
- Z-Physics at LEP 1, CERN 89-08, Vol. 1
- Physics at LEP 2, CERN 96-01, Vol. 1

1. Übersicht

In dieser Vorlesung werden nur SM-Prozesse berücksichtigt. Alle Wirkungsquerschnitte werden im Schwerpunktsystem berechnet, mit $\sqrt{s} > 12\,\mathrm{GeV}$, Da bis auf SLC alle Hochenergie-$\mathbf{e^+e^-}$-Maschinen mit unpolarisierten Strahlen arbeiten, soll zunächst der Einfachheit wegen der Fall unpolarisierter Strahlen im Anfangszustand betrachtet werden, und die Polarisation der Teilchen im Endzustand ignoriert werden. Die Massen der Fermionen werden vernachlässigt. Higgs-Produktion wird in Vorlesung 13 erläutert.

Welche elementaren Teilchen können erzeugt werden? Langlebig und damit 'direkt beobachtbar' sind nur die (geladenen) Fermionen und die Bosonen Photon und Gluon[1]. Die Bosonen können in beliebiger Zahl entstehen[2], während Fermionen nur paarweise erzeugt werden können. Die schweren Bosonen zerfallen sofort wieder in 2 Fermionen. Der Endzustand besteht aus mindestens 2 Teilchen. Damit ergibt sich folgende Klassifikation:

- (0) $\gamma\gamma$ (γ)
- (1) $f_1\bar{f}_1$ (γ) (g)
- (2) $f_1\bar{f}_2f_3\bar{f}_4$ (γ) (g)
- ...

Die Zahl in Klammern gibt die Zahl der erzeugten Fermionpaare an. (γ) heißt, es können n weitere Photonen entstehen; in niedrigster Ordnung ist $n = 0$. Diese Photonen werden bevorzugt mit kleiner Energie und kleinem Winkel zur Richtung des abstrahlenden Fermions erzeugt; es hängt von der experimentellen Auflösung ab, ob sie überhaupt als separates Teilchen erkannt werden. Jedes Fermion ist gewissermaßen von einer Wolke kollinearer infraroter Photonen umgeben! Entsprechendes gilt für Gluonen g[3]. Für die Prozesse (0) und (1) gibt es in niedrigster Ordnung nur die in Abb. 1 und Abb. 2 gezeigten Graphen[4]. 4-

[1] die Quarks transformieren sich dann natürlich weiter in Hadronen, ebenso die Gluonen!

[2] Es gibt allerdings Einschränkungen durch Erhaltungssätze wie CP, Farbe ...

[3] In höheren Ordnungen können auch im ersten Prozeß (0) oder bei leptonischen Endzuständen Gluonen entstehen, aber das ist sehr selten, und wir werden nur Gluonerzeugung im Zusammenhang mit Quark-Ereignissen betrachten. Auch ein rein gluonischer Endzustand ist möglich, aber ebenfalls sehr unwahrscheinlich.

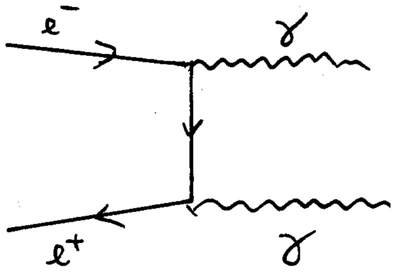

Abbildung 1:

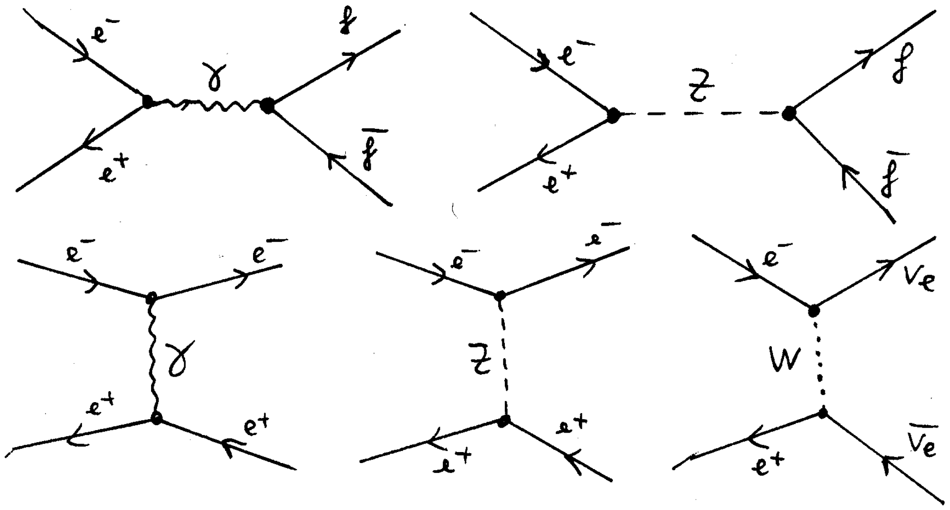

Abbildung 2:

Fermion-Endzustände (2) können dagegen auf vielfache Arten erzeugt werden, eine kleine Auswahl von Graphen zeigt Abb. 3.

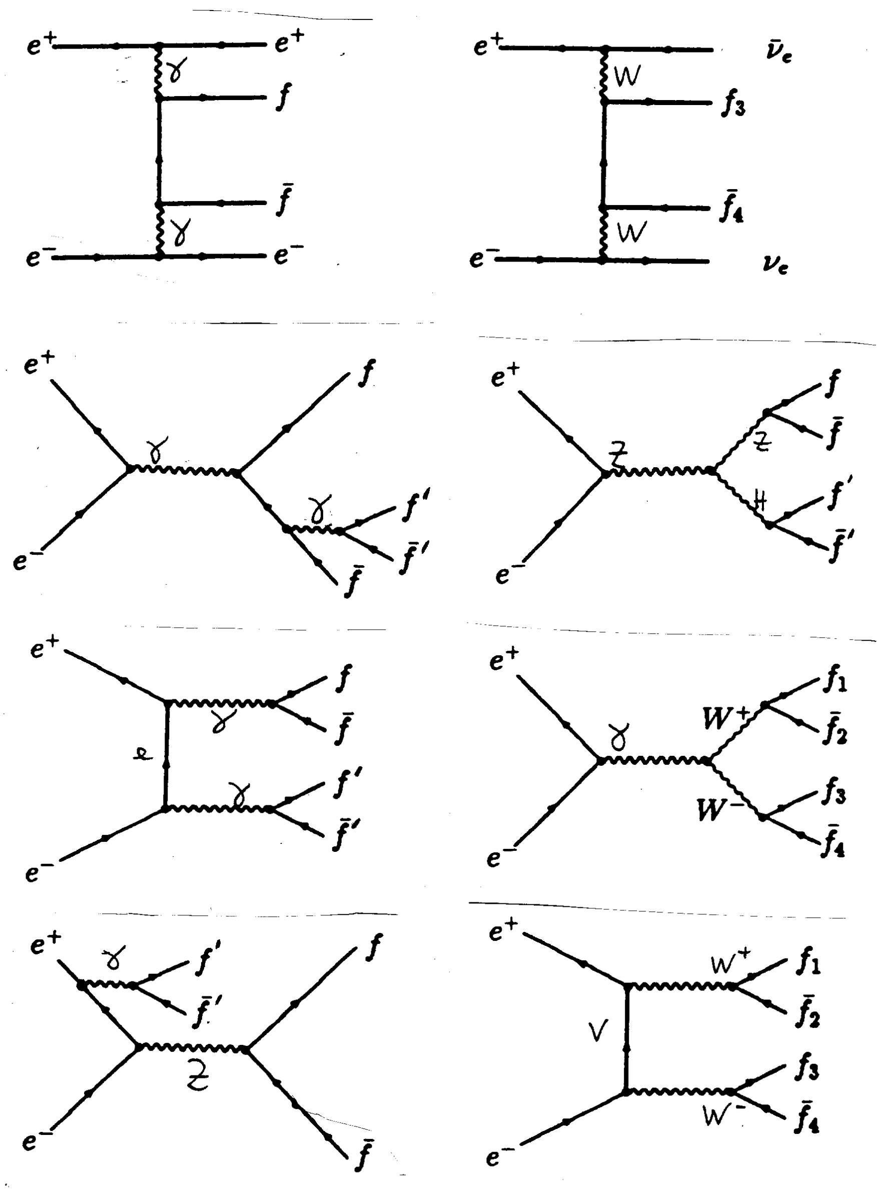

Abbildung 3:

Im folgenden werden für diese Reaktionen zunächst die Born-Wirkungsquerschnitte angegeben und graphisch dargestellt. Dann werden Strahlungskorrekturen diskutiert; diese Diskussion wird in den folgenden Vorlesungen dann an den enstprechenden Stellen noch vertieft werden. Schließlich wird die Frage nach der Polarisation der Teilchen im Endzustand beantwortet und der Einfluß der longitudinalen Polarisation im Anfangszustand erläutert.

[4]Higgs als Austauschteilchen: möglich, aber sehr unwahrscheinlich wegen kleiner Kopplung an das leichte Elektron!

Bei unpolarisierten Strahlen sind die diffferentiellen Wirkungsquerschnitte azimuthal symmetrisch (flach in ϕ). Information ist nur im polaren Streuwinkel enthalten.

2. $e^+e^- \to \gamma\gamma$

Die einzige nichttriviale kinematische Variable ist der Winkel $\theta = 0^0 \dots 90^0$ zwischen Elektron-Strahlachse und Richtung eines der Photonen. Der differentielle WQ ist

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{s} \cdot \frac{1 + \cos^2\theta}{\sin^2\theta + 4m_e^2/s\ \cos^2\theta} \tag{1}$$

Der WQ steigt also bei kleinen Winkeln stark an. Der Term $\sim m_e^2$ wird wichtig nur bei extrem kleinen Streuwinkeln $\theta \sim m_e/\sqrt{s} \sim 0.01^0$ oder weniger.

Für einen minimalen im Detektor nachweisbaren Streuwinkel $\theta_{min} \gg m_e/\sqrt{s}$ erhält man den integrierten Wirkungsquerschnitt

$$\sigma = \frac{2\pi\alpha^2}{s} \cdot \left(\ln\frac{1+\cos\theta_{min}}{1-\cos\theta_{min}} - \cos\theta_{min}\right) \tag{2}$$

Bei einer typischen Detektorakzeptanz von $\cos\theta_{min} = 0.99$ bzw. $\theta_{min} \approx 8^0$ beträgt der Ausdruck in der Klammer **4.3**, d.h. der WQ ist von der gleichen Größenordnung wie der für Paarproduktion durch Photonaustausch (s.u.)[5]:

$$\sigma(\cos\theta_{min} = 0.99) \approx 500\,\mathrm{nb} \cdot \frac{\mathrm{GeV}^2}{\mathrm{s}} \tag{3}$$

3. $e^+e^- \to f\bar{f}$

Der Graph mit Photonaustausch (links oben in Abb. 2) liefert unter Vernachlässigung der Fermionmassen:

$$\frac{d\sigma_\gamma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4} \cdot \frac{1}{s} \cdot N_C^f \cdot Q_e^2 Q_f^2 \cdot (1 + \cos^2\theta) \tag{4}$$

θ sei der Winkel zwischen auslaufendem Teilchen (also $\mu^-, u^+, b^- \dots$, im Gegensatz zum Antiteilchen) und einlaufendem Elektron, s. Abb. 4. Q_e ist die Elektronladung, Q_f die des Fermions im Endzustand, $N_C^f = 3(1)$ ist der Farbfaktor für Quarks (Leptonen). Diese Formel gilt nicht für Elektronen im Endzustand, s.u. Es gibt hier nur eine schwache Abhängigkeit vom Streuwinkel. Der totale WQ ist

$$\sigma_\gamma = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \cdot Q_e^2 Q_f^2 \cdot N_C^f = 87\,\mathrm{nb} \cdot \frac{\mathrm{Q_f^2 N_C^f}}{\mathrm{s/GeV^2}} \tag{5}$$

[5] In diesem Zusammenhang ist es nützlich, an die typischen Luminositäten von $10^{31}/\mathrm{cm}^2/\mathrm{s} = 0.01/\mathrm{nb}/\mathrm{s}$ zu erinnern: Es werden also z.B. bei $\sqrt{s} = 100\,\mathrm{GeV}$ etwa zwei solcher Ereignisse pro Stunde registriert.

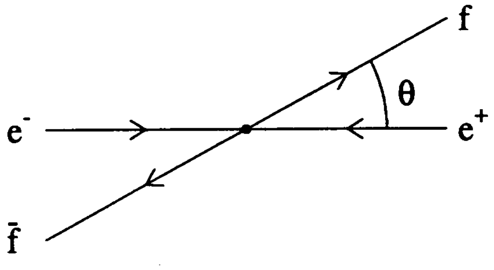

Abbildung 4:

Jetzt betrachten wir nur den Z-Austausch. Der Propagator enthält die Z-Masse und -Breite, außerdem treten die beiden Kopplungen g_V (statt Q) und g_A ($= 0$ in der QED) auf:

$$\frac{d\sigma_Z}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{64\sin^4\theta_W\cos^4\theta_W} \cdot \frac{s}{(s-M_Z^2)^2+\Gamma_Z^2 M_Z^2} \cdot N_C^f \cdot \Big([(g_V^e)^2+(g_A^e)^2][(g_V^f)^2+(g_A^f)^2]\cdot(1+\cos^2\theta) - 8 g_V^e g_A^e g_V^f g_A^f \cdot \cos\theta\Big) \quad (6)$$

Der Propagator sorgt dafür, daß bei kleinen Schwerpunktsenergien $\sigma_Z \ll \sigma_\gamma$ gilt. Auf der Z-Resonanz aber gilt

$$\sigma_\gamma \sim \frac{1}{m_Z^2} \ll \sigma_Z \sim \frac{1}{\Gamma_Z^2} \quad (7)$$

Das Auftreten der paritätsverletzenden Mischung von Vektor- und Axialvektorkopplungen führt zu einem ungeraden Term in $\cos\theta$, also einer Asymmetrie in der Winkelverteilung[6]. Der totale WQ ist

$$\sigma_Z = \frac{\pi\alpha^2}{12\sin^4\theta_W\cos^4\theta_W} \cdot \frac{s}{(s-M_Z^2)^2+\Gamma_Z^2 M_Z^2} \cdot N_C^f \cdot \Big[(g_V^e)^2+(g_A^e)^2\Big]\Big[(g_V^f)^2+(g_A^f)^2\Big] \quad (8)$$

Die beiden diskutierten Prozesse interferieren, deshalb ist der den beiden oberen Graphen in Abb. 2 entsprechende Wirkungsquerschnitt um einen Interferenzterm zu ergänzen:

$$\sigma = \sigma_\gamma + \sigma_Z + \sigma_{\gamma Z} \quad (9)$$

Entsprechendes gilt für die differentiellen WQ. Der Interferenzterm sieht so aus:

$$\frac{d\sigma_{\gamma Z}}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{8\sin^2\theta_W\cos^2\theta_W} \cdot \frac{s-M_Z^2}{(s-M_Z^2)^2+\Gamma_Z^2 M_Z^2} \cdot N_C^f \cdot \Big(Q_e Q_f g_V^e g_V^f \cdot (1+\cos^2\theta) + 2 Q_e Q_f g_A^e g_A^f \cdot \cos\theta\Big) \quad (10)$$

[6]Vorsicht: Das Auftreten der Asymmetrie ist keine Paritätsverletzung!

bzw.

$$\sigma_{\gamma Z} = \frac{2\pi\alpha^2}{3\sin^2\theta_W\cos^2\theta_W} \cdot \frac{s - M_Z^2}{(s - M_Z^2)^2 + \Gamma_Z^2 M_Z^2} \cdot N_C^f \cdot Q_e Q_f g_V^e g_V^f \quad (11)$$

Der Interferenzterm ist null auf dem Z-Pol, da dort die Photonamplitude rein reell und die Z-Amplitude (Breit-Wigner!) rein imaginär ist.

Die durch

$$A_{FB} = \frac{\sigma(\theta < 90^o) - \sigma(\theta > 90^o)}{\sigma_{tot}} \quad (12)$$

definierte 'Forward-Backward-Asymmetry' stellt eine vollständige Charakterisierung der Winkelverteilung dar. Für eine Verteilung der Form

$$a(1 + \cos^2\theta) + b\cos\theta \quad (13)$$

kann man leicht ausrechnen

$$A_{FB} = \frac{3}{8}\frac{b}{a} \quad (14)$$

Die Formeln werden jetzt durch ein paar Bilder illustriert:
Abb. 5 zeigt die mit den angegebenen Ausdrücken berechnete (und auf 1 normierte) $\cos\theta$-Verteilung für $f = \mu, u, d$ bei einer Schwerpunktsenergie von $50\,\mathrm{GeV}$. Die zugehörigen Asymmetrie-Werte sind $A_{FB} = -23\%, -34\%$ **und** $-$

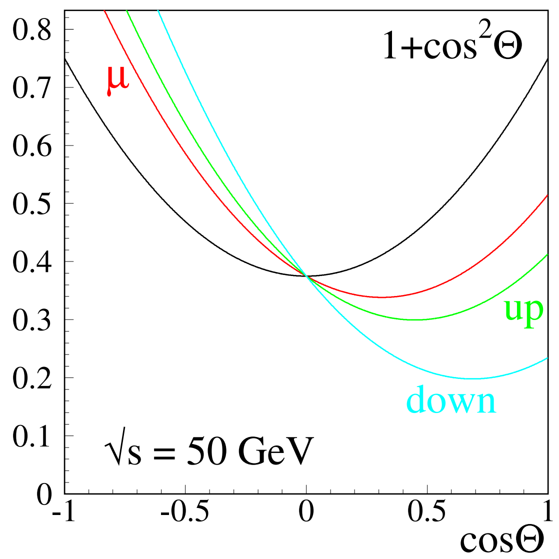

Abbildung 5:

52%. Zum Vergleich ist auch eine $1 + \cos^2\theta$-Verteilung eingezeichnet.
Abb. 6 zeigt den totalen Born-Wirkungsquerschnitt für die gleichen drei Fermionen als Funktion der Schwerpunktsenergie, Abb. 7 die Asymmetrie. Man

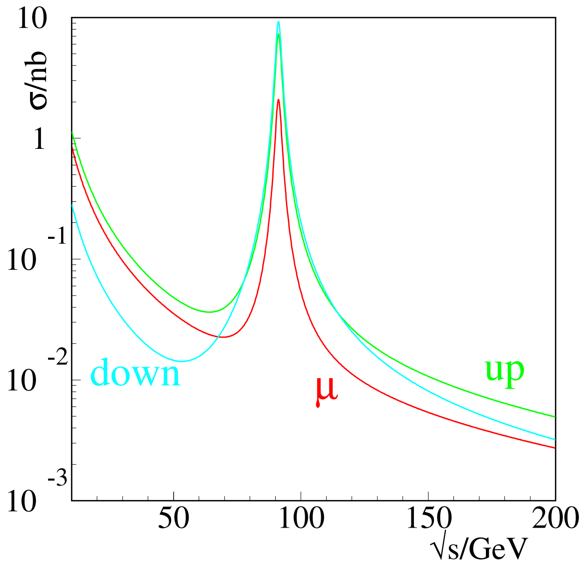

Abbildung 6:

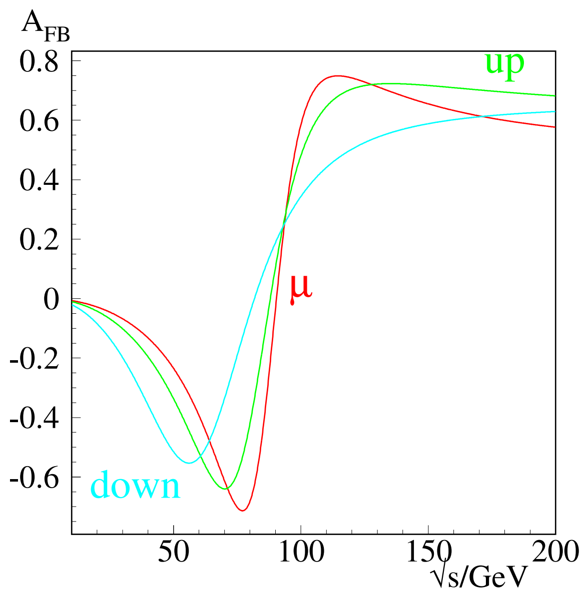

Abbildung 7:

beachte, daß sich die Quark/Lepton- bzw. Flavor-Zusammensetzung des Endzustandes mit der Schwerpunktsenergie ändert: Bei kleinen Werten sind die drittelzahlig geladenen Quarks trotz Farbfator benachteiligt, während sie auf der Resonanz dominieren. Das Verhältnis von totalem hadronischem zu myonischem WQ

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{had}}/\boldsymbol{\sigma}_{\boldsymbol{\mu}} \tag{15}$$

zeigt Abb. 8a), Die Flavorzusammensetzung

$$\boldsymbol{F}_{\mathbf{f}} = \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{f\bar{f}}}/\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{had}} \tag{16}$$

der hadronischen Endzustände Abb. 8b). Die relativen Beiträge von $\boldsymbol{\sigma}_{\gamma}$, $\boldsymbol{\sigma}_{\boldsymbol{Z}}$ und

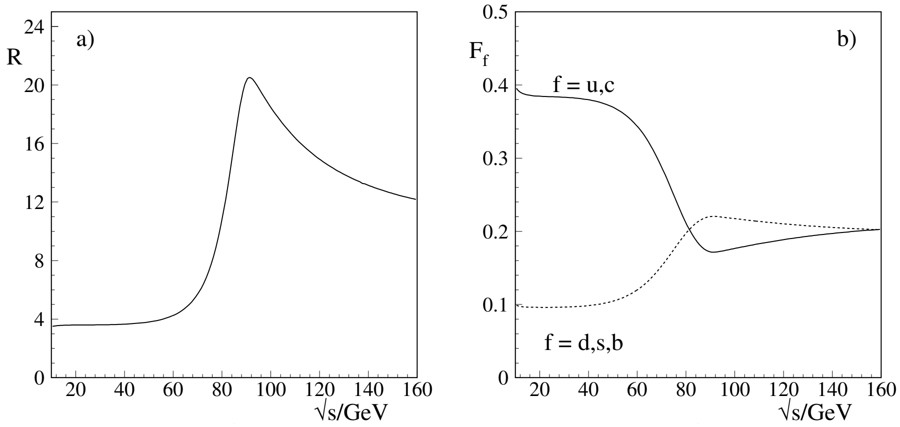

Abbildung 8:

Interferenzterm $\boldsymbol{\sigma}_{\gamma \boldsymbol{Z}}$ illustrieren die Abb. 9 und 10. In Abb. 9 sind die jeweils auf den Z-Beitrag normiert: bei kleinen Schwerpunktsenergien dominiert der Photonaustausch, bei **91 GeV** der Z-Beitrag. Bei hohen Schwerpunktsenergien sind beide von der gleichen Größenordnung (Verhältnis hängt von Fermionsorte ab!); der Interferenzterm ist klein. In der Nähe des Z-Pols kann man den WQ für Z-Produktion so schreiben:

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathrm{e^+e^-} \rightarrow \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{f\bar{f}}) = \mathbf{12}\boldsymbol{\pi}\frac{\mathbf{\Gamma_e \Gamma_f}}{(\mathbf{s} - \mathbf{M_Z^2})^2 + \mathbf{M_Z^2 \Gamma_Z^2}} \tag{17}$$

mit der totalen Z-Breite $\boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{Z}}$:

$$\boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{Z}} = \sum_{\boldsymbol{f}} \boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{f}} \approx \mathbf{2.5\,GeV} \tag{18}$$

und den partiellen Z-Breiten $\boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{f}}$:

$$\boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{f}} = \frac{\boldsymbol{N_C^f}}{\mathbf{12}\sin^2\boldsymbol{\theta_W}\cos^2\boldsymbol{\theta_W}} \cdot [(\boldsymbol{g_V^f})^2 + (\boldsymbol{g_A^f})^2]\;\boldsymbol{\alpha}\,\boldsymbol{m_Z} \tag{19}$$

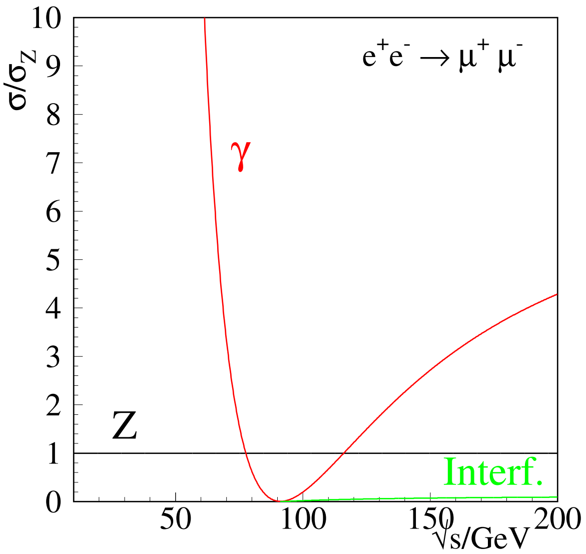

Abbildung 9:

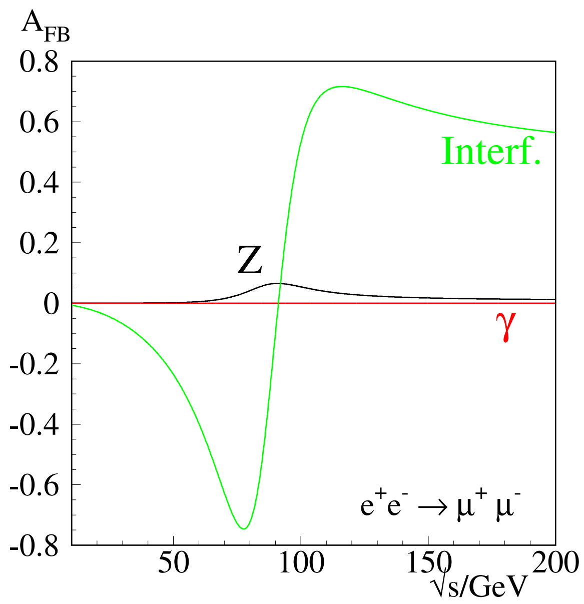

Abbildung 10:

Die Zerfallswahrscheinlichkeit (Branching fraction) für den Zerfall in einen bestimmten Kanal ist

$$B_f = \Gamma_f/\Gamma_Z \tag{20}$$

Im SM berechnet man die in der folgenden Tabelle für $\sin^2\theta_W = 0.23$ zusammengestellten Werte:

Fermion f	Γ_F/GeV	B / %
ν_e, ν_μ, ν_τ	0.167	6.8
e, μ, τ	0.084	3.4
u, c	0.298	11.9
d, s, b	0.380	15.2
SUMME	2.5	100

Auf der Z-Resonanz ist der WQ etwa 3 Zehnerpotenzen größer als der Photon-Austausch allein liefern würde.

Abb. 10 zeigt die Beiträge zur Asymmetrie[7]. Der Photonaustausch liefert erwartungsgemäß null, der Z-Term ist nur auf der Resonanz von Bedeutung. Außer im Bereich der Z-Resonanz liefert der Interferenzterm den Hauptbeitrag! Der Vorzeichenwechsel wird durch den Term $s - M_Z^2$ in der Resonanzformel verursacht. Für den Grenzfall der Z-Resonanz bekommt man die einfache Formel

$$A_{FB}^Z = 3\,\frac{g_V^e g_A^e}{(g_V^e)^2 + (g_A^e)^2} \cdot \frac{g_V^f g_A^f}{(g_V^f)^2 + (g_A^f)^2} \tag{21}$$

Der Zahlenwert der Asymmetrie ist hier sehr klein, da wegen $\sin^2\theta_W \approx 0.25$ $g_V^e \approx 0$ gilt!

Eine Sonderrolle spielen Endzustände mit Elektronen oder Neutrinos, weil jetzt außer dem 's-Kanal' auch der 't-Kanal' beiträgt, die unteren Diagramme in Abb. 2. Bei kleinen Streuwinkeln dominiert der Photonaustausch im t-Kanal (reiner QED-Prozeß, Luminositätsmessung!) und man bekommt im Grenzfall $\theta \to 0$ die Rutherford-Streuformel

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = 32\pi\frac{\alpha^2}{s}\frac{1}{\theta^3} \tag{22}$$

4. $\mathbf{e^+e^- \to f_1\bar{f}_2f_3\bar{f}_4}$

Diese Klasse von Reaktionen kann hier nicht vollständig diskutiert werden, wegen der großen Zahl von kinematischen Variablen, der vielen Diagramme und wegen Komplikationen durch große QCD-Korrekturen, Schwellenverhalten etc.

[7] Die Asymmetrie wurde folgendermaßen berechnet: Im Nenner wurde immer der Gesamt-WQ eingesetzt, also die Summe aller Beiträge ($\gamma, Z, \gamma Z$), im Zähler jeweils nur einer der drei Beiträge.

Hier sollen nur die ‘Zwei-Photon-Reaktionen’ und die W-Paarerzeugung kurz erläutert werden. Higgs-Produktion wird in einer späteren Vorlesung behandelt. Zwei-Photon-Prozesse werden in der letzten Vorlesung noch ausführlicher behandelt.

4.1. Zwei-Photon-Reaktionen

Es handelt sich um den Prozeß

$$\mathrm{e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ f\,\bar{f}} \tag{23}$$

Das wichtigste zugehörige Diagramm ist das erste in Abb. 3. Da hier gewissermaßen zwei Photonen, die von Elektron/Positron abgestrahlt wurden, miteinander kollidieren, spricht man von ‘Zwei-Photon-Reaktionen’[8]. Der WQ wird groß wenn die Photonpropagatoren $\sim 1/q^2$ groß werden, also wenn die Photonen fast reell sind und damit Elektron und Positron nur sehr wenig abgelenkt werden. In diesem Spezialfall kann man den WQ mit der ‘Weizsäcker-Williams’-Methode = ‘Equivalent Photon-Approximation’-Methode so berechnen:

$$\sigma = \int \sigma_{\gamma\gamma}(W^2) \cdot n_1(\omega_1) \cdot n_2(\omega_2)\ d\omega_1 d\omega_2 \tag{24}$$

n_i ist proportional zum Fluß abgestrahlter Photonen, der in der QED ausgerechnet werden kann. ω_1 und ω_2 sind die Photonenergien und $W = 2\sqrt{\omega_1\,\omega_2}$ die invariante Masse des $\mathrm{f\,\bar{f}}$-Systems. $\sigma_{\gamma\gamma}(W^2)$ ist der WQ für den Subprozeß $\gamma\gamma \rightarrow \mathrm{f\,\bar{f}}$.

Die Energie der beiden erzeugten Fermionen ist in der Regel sehr viel kleiner als die Schwerpunktsenergie. Wenn es sich um Quarks handelt, können diese Resonanzen bilden, wie z.B. ein ρ oder ein η_c[9]. Für schmale Resonanzen R gilt dann näherungsweise

$$\sigma(\mathrm{e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ R}) = 64\alpha^2 \cdot \ln^2 \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{m_e}} \cdot \ln \frac{\mathrm{2E}}{\mathrm{M_R}} \cdot \frac{\mathrm{(2J+1)}\Gamma_{\gamma\gamma}}{\mathrm{M_R^3}} \tag{25}$$

$E = \sqrt{s}/2$ ist die $\mathrm{e^-}$-Strahlenergie M_R die Resonanzmasse und $\Gamma_{\gamma\gamma}$ die partielle Zerfallsbreite der Resonanz in zwei Photonen, die selbst wieder proportional zu α^2 ist. Beispiel $R = \pi^0$ $(J = 0, \Gamma_{\gamma\gamma} = 1/\tau = 8\,\mathrm{eV})$, $\sqrt{s} = 100\,\mathrm{GeV}$:

$$\sigma(\mathrm{e^+e^- \rightarrow e^+e^-}\ \pi^0) \approx 4\,\mathrm{nb} \tag{26}$$

Man beachte, daß es sich um einen Prozeß der Ordnung α^4 handelt; die Kleinheit der Feinstrukturkonstante wird jedoch teilweise kompensiert durch den Faktor $\ln^2(E/m_e)$. Ganz wichtig ist, daß der WQ *nicht* mit $1/s$ abfällt, sondern im Gegenteil logarithmisch mit der Strahlenergie anwächst. Das bedeutet, daß bei hohen Energien und oberhalb der Z-Resonanz der Zwei-Photon-WQ viel größer ist als der für Fermion-Paarproduktion!

[8] nicht mit $\mathrm{e^+e^-} \rightarrow \gamma\gamma$ zu verwechseln!

[9] Diese haben nicht wie in direkten exklusiven $\mathrm{e^+e^-}$-Annihilationen die Quantenzahlen $J^{PC} = 1^{--}$

Ein reiner QED-Prozeß ist die Erzeugung von Leptonen, z.B. $\mu^+\mu^-$. Der WQ bei $\sqrt{s} = 100\,\mathrm{GeV}$ ist

$$\sigma(\mathrm{e^+e^-} \to \mathrm{e^+e^-}\ \mu^+\mu^-) \approx \frac{28\alpha^4}{27\pi \mathrm{m}_\mu^2} \cdot \left[\ln \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m_e^2}}\right]^2 \cdot \ln \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m_l^2}} \approx 250\,\mathrm{nb} \tag{27}$$

Charakteristisch für die Kinematik von Zwei-Photon-Prozessen ist:
- Elektron und Positron werden unter kleinem Winkel abgelenkt, d.h. werden in der Regel vom Detektor nicht 'getagged'.
- Die sichtbare Energie des $\mathbf{f\,\bar{f}}$-Systems ist klein.
- Die Summe der Impulsvektoren der Fermionen ist nicht null.

4.2. W-Paar-Erzeugung

Es tragen drei Diagramme bei, s. Abb. 11. Es treten also Boson-Boson-Kopplungen

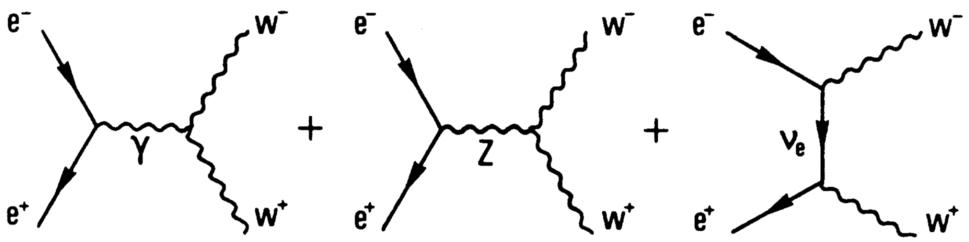

Abbildung 11:

auf! Die kinematische Schwelle liegt bei $2m_W \approx 160\,\mathrm{GeV}$[10]. Bei kleinen W-Geschwindigkeiten β erhält man für den differentiellen WQ in Born-Näherung

$$\frac{d\sigma_{WW}}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4\sin^4\theta_W\, s} \cdot \beta \cdot (1 + c\beta\ \cos\theta) \tag{28}$$

wobei $c \approx 2.5$ eine Funktion des schwachen Mischungswinkels ist. Der führende Term $\sim \beta$ entspricht dem Neutrino-Diagramm (t-Kanal); er ist winkelunabhängig. Die Winkelverteilung ist oberhalb der Schwelle asymmetrisch. Der totale WQ ist in dieser Näherung durch

$$\sigma_{WW} = \frac{\pi\alpha^2\beta}{\sin^4\theta_W\, s} \tag{29}$$

gegeben[11]. Unter Berücksichtigung der W-Breite

$$\Gamma_W \approx \frac{3}{4\sin^2\theta_W}\,\alpha\, M_W \approx 2\,\mathrm{GeV} \tag{30}$$

und Strahlungskorrekturen erhält man den in Abb. 12 gezeigten WQ. Die Ver-

[10] wenn man die W-Breite vernachlässigt s.u.

[11] Es gibt hier *keine* Resonanz, da die W-Bosonen oberhalb der Produktionsschwelle immer on-shell entstehen, also tritt kein W-Propagator im WQ auf.

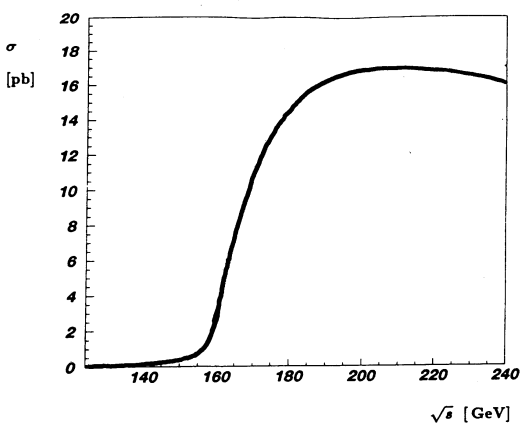

Abbildung 12:

zweigungsverhältnisse der W-Bosonen bekommt man einfach durch Abzählen der Kanäle und unter Beachtung des Farbfaktors

$$\mathbf{e\bar{\nu}_e, \mu\bar{\nu}_\mu, \tau\bar{\nu}_\tau \quad je = 11\%, \quad u\bar{d}', c\bar{s}' \quad je = 33\%} \tag{31}$$

Andere als die in Abb. 11 gezeigten Diagramme mit W-Produktion sind hier vernachlässigbar.

5. Strahlungskorrekturen

Alle bisher angegebenen Formeln entsprechen der niedrigsten Ordnung in der Störungsentwicklung.

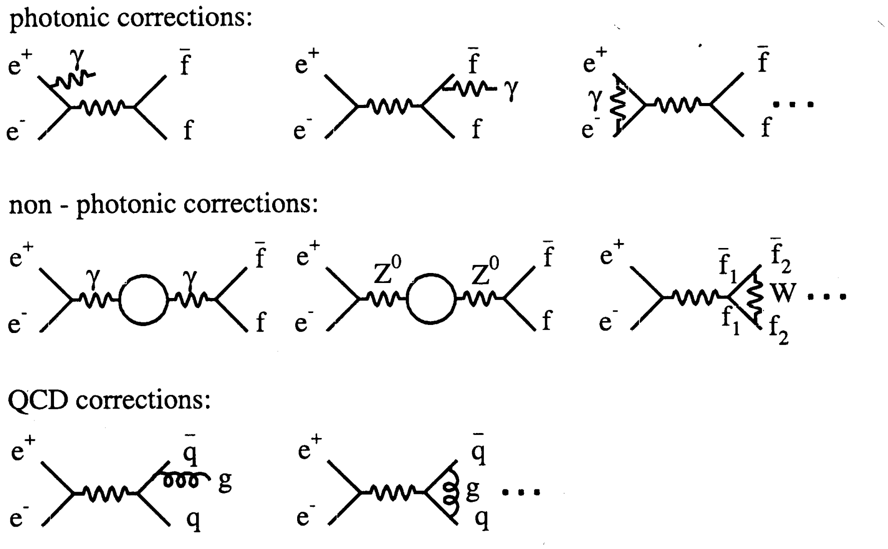

Abbildung 13:

Als Beispiel betrachten wir hier die Korrekturen zur Fermionpaarproduktion. Es tragen die in Abb. 13 gezeigten Klassen von Korrekturen bei:

- elektroschwache Korrekturen (QFD)
  - photonische Korrekturen (QED)
    Diagramme enthält man aus Born-Graphen durch Hinzufügen von reellen und virtuellen Photonen
    Effekt groß
  - Energieabhängigkeit von Feinstrukturkonstante α:
    $\alpha(0) \approx 1/137 \rightarrow \alpha(m_Z) \approx 1/129$
  - (andere) elektroschwache Korrekturen
    hängen ab unter anderem von m_{top} (quadratisch) und M_{Higgs} (logarithmisch). Für $m_{top} \approx 180\,\mathrm{GeV}$ Effekt klein, $\mathcal{O}$(Promille)
- starke Korrekturen (QCD) für Quark-Produktion: Abstrahlung von reellen und virtuellen Gluonen. Erhöht WQ um 4%, siehe QCD-Vorlesung.

Die Abb. 14 zeigt, wie sich der berechnete Wirkungsquerschnitt für Hadronproduktion durch Hinzunahme der Strahlungskorrekturen verändert. Auf dem Z-Pol führen sie zu einer Reduktion auf 74% des Born-Wertes. Oberhalb der Z-Resonanz wird er viel größer. Den Hauptbeitrag liefert die 'Initial State Ra-

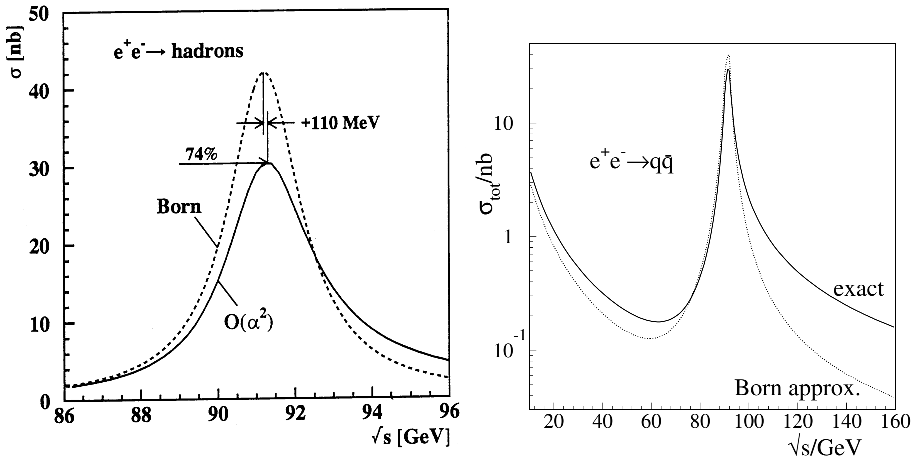

Abbildung 14:

diation', also die Abstrahlung von Photonen von Elektron/Positron im Anfangszustand. Der WQ wird mit einer 'Radiatorfunktion', die die Abstrahlungswahrscheinlichkeit angibt, gefaltet:

$$\sigma(s) = \int \sigma(sz) \cdot G(z)\, dz \tag{32}$$

$z = 0 \ldots 1$ ist der Anteil an der gesamten e^+e^--Schwerpunktsenergie (quadriert), den die beiden Fermionen nach Abstrahlung des Photons haben. $G(z)$ ist die Radiatorfunktion, die in Abb. 15 graphisch dargestellt ist. Damit können

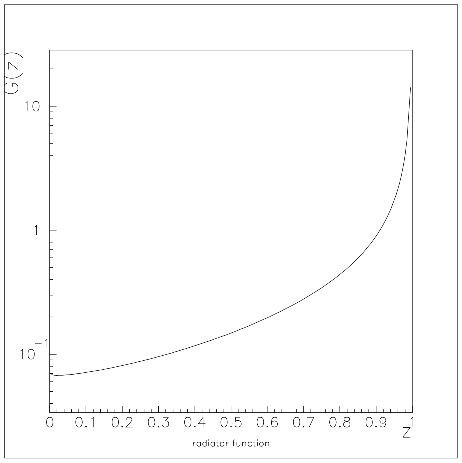

Abbildung 15:

wir Abb. 14 qualitativ verstehen: Wenn der WQ für die quadrierte Schwerpunktsenergie $zs < s$ klein (groß) ist (relativ zum WQ bei s), wird die Photonabstrahlung unterdrückt (verstärkt). Bei $s = M_Z^2$ gilt $\sigma(zs) < \sigma(s)$. Dagegen ist bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 160\,\mathrm{GeV}$ die Wahrscheinlichkeit einer Photonabstrahlung besonders groß wenn $zs = M_Z^2$, also $z = 0.32$. Die abgestrahlten Photonen haben dann bevorzugt die Energie

$$E_\gamma = \frac{1}{2}(1 - z) \cdot \sqrt{s} \tag{33}$$

Die Photonen werden meist unter kleinen Winkeln zur Strahlachse emittiert.
Die Photonabstrahlung hat aber auch Vorteile:
- So wird z.B. der Prozeß $\mathrm{e^+e^-} \rightarrow \nu\bar{\nu}$ 'sichtbar' und meßbar, die Signatur ist ein einzelnes Photon.
- Man kann in $\mathrm{f\,\bar{f}}\gamma$ - Endzuständen den WQ bei der effektiven Schwerpunktsenergie $\sqrt{z}\,\sqrt{s}$ messen, also z.B. bei LEP den WQ im Bereich $50 - 100$ GeV studieren.

Photonabstrahlung veraendert auch die differentiellen WQ, also z.B. Asymmetrien.

Man beachte: Alle Kopplungskonstanten, auch $\sin^2\theta_W$, sind energieabhängig. Hier benutzen wir das sogenannte 'modified Minimal Subtraction' (MS) Renormalisierungsschema:

$$\sin^2\theta_W \equiv \sin^2\theta_W^{\overline{MS}}(m_Z) \tag{34}$$

Es gilt dann NICHT mehr (exakt) $\sin^2\theta_W = \sin^2\theta_W^0 \equiv 1 - M_W^2/M_Z^2$!

6. Vergleich der Wirkungsquerschnitte

Abb. 16 vergleicht die wichtigsten der diskutierten WQ als Funktion der Schwerpunktsenergie.

7. Polarisation

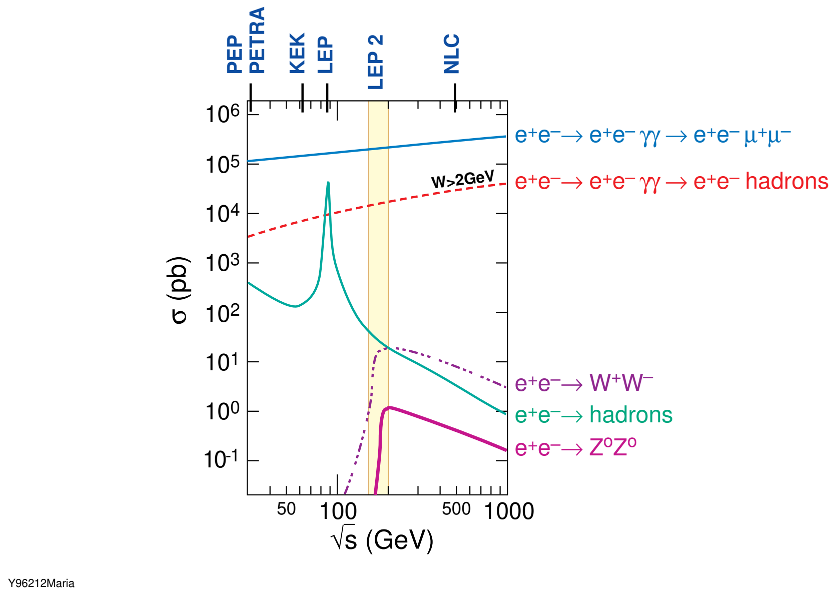

Abbildung 16:

Wir betrachten hier nur die Fermionpaarerzeugung. Da die im s-Kanal ausgetauschten Bosonen (γ < $\mathbf{Z}$) Spin 1 haben, müssen sowohl Elektron und Positron als auch Fermion und Antifermion entgegengesetzte Polarisation haben, Abb. 17.

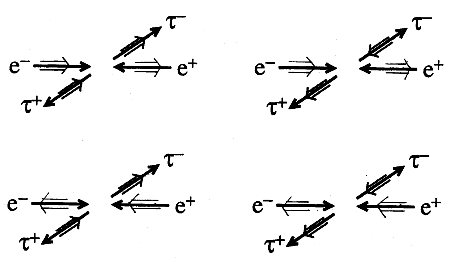

Abbildung 17:

7.1. Polarisation im Endzustand

Auch bei unpolarisierten Strahlen sind die Teilchen im Endzustand i.A. polarisiert (Paritätsverletzung in NC-Prozeß!) Meßbar ist diese nur über den paritätsverletzenden schwachen Zerfall der Teilchen, d.h. in der Praxis nur für τ-Leptonen und W-Bosonen. Die Methoden werden in späteren Vorlesungen vorgestellt.

Longitudinale Polarisation von τ-Leptonen auf der Z-Resonanz, Polarisationsgrad:

$$P_\tau = -\frac{3}{2}\frac{g_V^\tau g_A^\tau}{(g_V^\tau)^2 + (g_A^\tau)^2} \approx -12\% \tag{35}$$

Es gibt keine Abhängigkeit von den schwachen Kopplungen des Elektrons! Mehr dazu in der τ-Vorlesung.

W-Bosonen: da diese massiv sind, treten sowohl transversale (die beim Photon nicht existieren) als auch longitudinale Polarisationen auf.

Die Polarisation von τ (bzw. W-Boson) beeinflußt die Richtungsverteilung der Fermionen in die es zerfällt (Paritätsverletzung!).

7.2. Polarisation im Anfangszustand

Transversale Polarisation der Elektronen bzw. Positronen führt zu Asymmetrien im Azimuthalwinkel ϕ, die aber nicht sehr interessant sind. Longitudinale Polarisation p führt zu einer paritätsverletzenden Asymmetrie im WQ der Fermion-Paarerzeugung:

$$\begin{aligned} A_{pol} &\equiv \frac{\sigma(p=+1)-\sigma(p=-1)}{\sigma_{tot}} \\ &= 2P\frac{g_V^e g_A^e}{(g_V^e)^2+(g_A^e)^2} \approx -24\% \cdot P \end{aligned} \tag{36}$$

Diese Beziehung ist unabhängig vom Endzustand. $0 \le P \le 100\%$ ist der Polarisationsgrad der Elektronen (die Positronen seien unpolarisiert).